Spezielle Lösung

Gegeben sei die inhomogene lineare Differentialgleichung n-ter Ordnung

$$y^{(n)} + a_{n-1}y^{(n-1)} + ... + a_0 y = f(x)\,\mathrm{e}^{\alpha x}$$

mit konstanten Koeffizienten $a_k \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{R}$ und stetiger Funktion $f : (a,b) \to \mathbb{R}$. Das zugehörige charakteristische Polynom sei $P(\lambda) = (\lambda - \alpha)^n$, d. h. α ist n-fache Nullstelle von P.
Zeigen Sie: $y_s(x) := u(x)\,\mathrm{e}^{\alpha x}$ ist genau dann eine spezielle Lösung der inhomogen Gleichung, wenn $u^{(n)}(x) = f(x)$ ist.